Lehrstuhl für Nachrichtentechnik der Technischen Universität München

DAS ZUSAMMENSPIEL VON OTOLITHEN UND BOGENGÄNGEN IM WIRKUNGSGEFÜGE DER SUBJEKTIVEN VERTIKALE

Stefan Glasauer

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.rer.nat. E. Schrüfer Prüfer der Dissertation:

- 1. Hon.Prof. Dr.phil.nat. H. Mittelstaedt
- 2. Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing.E.h. H. Marko

Die Dissertation wurde am 14.10.1991 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik am 16.3.1991 angenommen.

1.1 Beweqte Koordinatensysteme

Die Richtung "Oben" kann bezüglich des kopffesten Koordinatensystems (Beobachtersystem B) aufgefaßt werden. Eine Bewegung dieses Koordinatensystems im erdfesten System (Inertialsystem I) gehorcht den Gesetzen der Newtonschen Mechanik (siehe z.B. Greiner 1982).

Die beiden Systeme *B* und *I* sollen zum Zeitpunkt t_0 zusammenfallen. Allgemein gilt dann für einen Vektor <u>a</u> bei Drehung des Beobachtersystems zum Zeitpunkt t_0 folgende Gleichung :

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\Big|_{I} - \frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\Big|_{B} + \omega \times a \tag{1.1}$$

Die Indices I und B geben dabei an, in welchem Bezugssystem die zeitliche Ableitung berechnet wurde. $\underline{\omega}$ ist die Winkelgeschwindigkeit, mit der sich das Beobachtersystem B dreht. Für den Gravitationsvektor \underline{q} , der sich im erdfesten System nicht ändert, gilt:

$$\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}t}\Big|_{I} = 0$$

Gleichung (1.1) vereinfacht sich damit und läßt sich als Differentialgleichung für die zeitliche Ableitung des Gravitationsvektors im Beobachtersystem schreiben :

$$\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}t}\Big|_{B} = -\underline{\omega} \times g \tag{1.2}$$

Mit Hilfe dieser Gleichung läßt sich, ausgehend von einem Anfangswert, der zeitliche Verlauf des Gravitationsvektors in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit angeben.

1.2 Eine Schätzeinrichtung zur Bestimmung des SZ

Die Grundstruktur des Zusammenwirkens von Otolithen und Bogengängen zur Bestimmung des SZ, die im folgenden entwickelt wird, beruht auf Überlegungen, die durch die physikalischen Beziehungen zwingend erscheinen und damit denen anderer Autoren, siehe Kapitel 1.8, verwandt sind. Vorstufen zu der hier formulierten Struktur finden sich auch in meiner Diplomarbeit (Glasauer 1988) und in Mittelstaedt et al. (1989).

Es wird gezeigt, daß sich unter gewissen vereinfachenden Bedingungen das Prinzip der optimalen Filterung (Kalman-Bucy-Filter) auf das Problem der dynamischen Schätzung des SZ anwenden läßt. Dabei wird die im letzten Kapitel hergeleitete Differentialgleichung als physikalische Grundlage benutzt.

1.2.1 Filtergleichung des Kalman-Bucy-Filters

Die Filtergleichungen des Kalman-Bucy-Algorithmus (z.B. Krebs 1980) lassen sich allgemein auf lineare Systeme anwenden. Dabei werden die Zusammenhänge der einzelnen zu schätzenden Zustandsgrößen als bekannt vorausgesetzt. Diese Zusammenhänge lassen sich dann als System linearer Differentialgleichungen (Systemmodell mit Systemmatrix <u>F</u>) angeben. Außer diesem Differentialgleichungssystem ist das gaußverteilte Systemrauschen <u>s</u> bekannt, mit dem das Systemmodell statistisch angeregt wird. Es ist ein Maß für die unbekannte Änderung der Zustandsgrößen. Die gemessenen Größen sind eine Linearkombination aus den Zustandsgrößen sowie einem additiv störenden gaußverteilten Meßrauschen <u>r</u>. In der Schätzeinrichtung wird das mathematische Modell des realen störungsfreien "Regelstrecke" nachgebildet. Systems als Die zeitvariante Verstärkungsmatrix K des Reglers entwickelt sich als Lösung der Riccati-Differential gleichung (siehe unten Gleichung (1.5)). Das Kalman-Bucy-Filter minimiert die Varianz des Schätzfehlers und ist als lineares Minimal-Varianz-Filter das bestmögliche Filter. Abb. 1.2 zeigt das Blockschaltbild von Systemmodell und Kalman-Bucy-Filter zur besseren Veranschaulichung.

Da das zu schätzende System auch zeitvariant sein darf, läßt sich



Abb. 1.2 Blockschaltbild von Systemmodell und Kalman-Bucy-Filter für die Schätzung <u>g</u> des Gravitationsvektors <u>g</u> (die gestrichelte Linie gibt die Stelle des Meßvorgangs an)

ein "Reale Welt"- oder System-Modell für die Messung des Schwerkraftvektors \underline{q} im Kopfkoordinatensystem mit Hilfe der mit Gleichung (1.2) gefundenen physikalisch begründeten Differentialgleichung wie folgt formulieren :

ġ**-**E∙g+<u>s</u>;

<u>a=g+</u>I;

Dabei ist <u>a</u> der tatsächlich gemessene Beschleunigungsvektor, <u>r</u> Meßrauschen mit der Kovarianzmatrix <u>R</u>, <u>s</u> das Systemrauschen mit der Kovarianzmatrix <u>S</u>, und <u>F</u> die Systemmatrix, für die gemäß Gleichung (1.2) gilt :

$$F \cdot g - -\omega \times g; \Rightarrow F: - \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}$$
(1.3)

Der Gravitationsvektor wird also mit Hilfe der Systemmatrix \underline{F} , die abhängig von der wirkenden Winkelgeschwindigkeit $\underline{\omega}$ ist, rotiert. Um den Gravitationsvektor \underline{g} mit dieser Systemstruktur schätzen zu können, muß die Forderung nach Konstanz von \underline{g} im erdfesten System für die Formulierung des Systemmodells auf-

- 10 -

gegeben werden³. Der Gravitationsvektor kann sich jezt im Kopfsystem mit dem Systemrauschen <u>s</u> auch unabhängig von <u>ω</u> ändern.

Translationsbeschleunigungen, die mitgemessen werden, werden als Störungen betrachtet und gehen zusammen mit den Meßfehlern als Meßrauschen \underline{r} ins Modell ein.

Wird nun angenommen, daß die wirkende Winkelgeschwindigkeit bekannt ist, so ist das Modell linear und es läßt sich ein optimales Schätzfilter bezüglich \underline{g} konstruieren. Die Filtergleichungen erhalten folgende Form :

$$\dot{g}_{s} = F \cdot g_{s} + K \cdot (a - g_{s}); \qquad (1.4)$$

Dabei ist \underline{g}_s der geschätzte Vektor. Die zeitabhängige Kalmanmatrix \underline{K} berechnet sich abhängig von der Systemmatrix und den Rauschmatrizen nach folgenden Gleichungen :

$$\dot{E} = F \cdot P + P \cdot F^{T} + S - P \cdot R^{-1} \cdot P;$$

$$K - P \cdot R^{-1};$$
(1.5)

Dabei ist \underline{F}^{T} die Transponierte der Matrix \underline{F} und \underline{R}^{-1} die Inverse der Matrix \underline{R} . Die Differentialgleichung für die bedingte Kovarianzmatrix \underline{P} des Zustandsvektors ist die nichtlineare Riccati-Differentialgleichung.

1.2.2 Der stationäre Fall

Wird der stationäre Fall betrachtet, d.h. es wird keine Winkelgeschwindigkeit gemessen ($\underline{\omega}=\underline{0}$), so verschwindet die Systemmatrix <u>F</u> und für die Riccati-Gleichung folgt :

Also läßt sich im allgemeinen stationären Fall, es gilt dann auch

³ Andernfalls koppelt sich das Schätzfilter nach einer Einschwingphase von der Messung ab, da der bestmögliche Schätzwert für <u>g</u> dann vorliegt und somit Änderungen von <u>g</u> durch <u>w</u> bekannt sind. Weitere Messungen könnten den Schätzwert nicht mehr verbessern.

 $\underline{P}=0$, die Matrix \underline{P} aus folgender Gleichung bestimmen:

$$\underline{P:R^{-1}:P=S}; \tag{1.6}$$

Ist das Rauschen der einzelnen Zustandsgrößen unkorreliert und auf allen Komponenten gleich, d.h. die Rauschkovarianzmatrizen sind Diagonalmatrizen, so läßt sich <u>P</u> leicht aus der vorigen Gleichung bestimmen. Mit <u>S</u>-s·I und <u>R</u>-r·I, <u>I</u> bezeichnet die Einheitsmatrix, folgt für den eingeschwungenen Zustand:

$$\underline{P}=\sqrt{s\cdot r}\cdot \underline{I}; \tag{1.7}$$

Ändert sich nun die Systemmatrix <u>F</u> zum Zeitpunkt t_0 , tritt also eine Drehung des Schwerkraftvektors bezüglich der Kopfkoordinaten auf, so berechnet sich die Kalmanmatrix wieder nach Gleichung (1.5) und es folgt mit Gleichung (1.6) für den Grenzwert $t \rightarrow t_0+0$:

$$\lim_{t \to t_0 \neq 0} \vec{P} = F \cdot P + P \cdot F^T \tag{1.8}$$

Für <u>F</u> gilt aber nach Gleichung (1.3) : $\underline{F}^{T} = -\underline{F}$. Einsetzen dieser Beziehung sowie von Gleichung (1.7) in den Grenzwert aus Gleichung (1.8) ergibt sofort :

Daraus folgt $\underline{P}=0$ für alle Zeitpunkte $t \ge t_0$. Damit ist sowohl \underline{P} als auch \underline{K} unabhängig von der momentanen Winkelgeschwindigkeit $\underline{\omega}$. Das Kalman-Bucy-Filter reduziert sich auf ein stationäres Filter, auch Wienerfilter genannt, die Filtergleichung erhält mit den Gleichungen (1.4), (1.5) und (1.7) folgende Form :

$$\dot{g}_{s} = -\underline{\omega} \times g_{s} + \sqrt{\frac{s}{r}} \cdot (\underline{a} - g_{s})$$
(1.9)

Das zeitvariante Kalman-Bucy-Filter zur Schätzung der Gravitation läßt sich also unter gewissen Bedingungen in ein stationäres Wiener-Filter umwandeln. Die zeit- und rechenaufwendige Lösung der nichtlinearen Riccati-Differentialgleichung entfällt.

Für $\underline{\omega}=\underline{0}$ entspricht Gleichung (1.9) einem Tiefpaß mit der Zeitkonstante $\tau - \sqrt{r/s}$. Die Größe der Zeitkonstante läßt sich, unter der

Annahme, eine derartige Struktur sei beim Menschen für die Schätzung des SZ verantwortlich, aus Experimenten (speziell "Oculogravic Illusion", siehe Kapitel 2.1.1) zu $\tau \approx 15$ sec-20sec abschätzen. Für die Beziehung von Meßrauschen zu Systemrauschen folgt dann <u>R</u> $\approx 400 \cdot \underline{S}$, d.h. das Meßrauschen, unter das auch die störende Messung von Translationsbeschleunigungen fällt, wird hoch gegenüber tatsächlichen Veränderungen der Gravitation angesetzt.

Die Stabilität der Schätzdifferentialgleichung nach Ljapunow läßt sich leicht zeigen (Bronstein & Semendjajew 1984). Die homogene Gleichung zum System (1.9) lautet :

$$\dot{g}=-\underline{\omega}\times g_{s}-\sqrt{\frac{s}{r}}\cdot g_{s};$$

Falls folgende Ungleichungen erfüllt sind, ist das System stabil:

1. $\sqrt{\frac{s}{r}} > 0;$ 2. $|-\underline{\omega} \times \underline{g}_s| \leq K \cdot (\underline{g}_s \circ \underline{g}_s)^{\frac{1}{2} + \alpha}$ für alle $\alpha > 0, K$ beliebig;

Die erste Ungleichung ist erfüllt, wenn sowohl Meß- als auch Systemrauschen angenommen wird. Für die zweite läßt sich immer ein K finden, falls $\underline{\omega}$ beschränkt ist. Damit ist Gleichung (1.9) stabil.

1.2.3 Minimal-Varianz-Filter zur gleichzeitigen Schätzung von Winkelgeschwindigkeit und Gravitation

Eine gleichzeitige Kalman-Schätzung von Gravitation und Winkelgeschwindigkeit ist wegen des nichtlinearen Zusammenhangs nicht ohne weiteres möglich, allerdings können linearisierte Systemmodelle, z.B. um die aufrechte Lage, angegeben werden (siehe auch Borah et al. 1988, Besprechung in Kapitel 1.8.3). Damit ist dann eine Kalman-Bucy-Schätzung beider Eingangsvektoren im betrachteten Bereich möglich.

Ein nichtlineares Systemmodell zur kombinierten Schätzung beider

Vektoren kann wie folgt formuliert werden :

$$\begin{pmatrix} \dot{\underline{g}} \\ \dot{\underline{\omega}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\underline{\omega} \times \underline{g} \\ \underline{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{0} \\ \underline{s}_{\omega} \end{pmatrix};$$
$$\begin{pmatrix} \underline{a} \\ \underline{\omega}_{m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{g} \\ \underline{\omega} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{r}_{a} \\ \underline{r}_{\omega} \end{pmatrix};$$

Dabei werden die Vektoren ω_m und <u>a</u> gemessen, die sich aus der Addition von Meßrauschen <u>r</u>, und <u>r</u>, und zu schätzenden Zustandsgrößen zusammensetzen. Im Meßrauschen <u>r</u>, seien auch translatorische Linearbeschleunigungen enthalten. Da sich in Kopfkoordinaten die Gravitation außer durch Drehungen des Koordinatensystems nicht ändert, kann das entsprechende Systemrauschen nullgesetzt werden. Über die Änderung der Winkelgeschwindigkeit werden keine systembedingten Annahmen gemacht, daher steht nur das Systemrauschen <u>s</u>, in der Modellgleichung.

Um auf ein derartiges nichtlineares System den Kalman-Bucy Algorithmus anwenden zu können, muß in der Riccati-Differentialgleichung anstelle der Systemmatrix eine lineare Näherung, die Jacobimatrix der Systemfunktion, eingesetzt werden. Betrachtet man für dieses sogenannte Minimal-Varianz-Filter erster Ordnung analog zu Kapitel 1.2.2 die stationäre Lösung der Riccati-Gleichung für die aufrechte Lage, so stellt man fest, daß die Kovarianzmatrix P und damit auch die Kalman-Verstärkungsmatrix K für jede andere Lage andere Werte annehmen, also nicht stationär werden. Das bedeutet aber, daß für die Schätzung der Zustandsgrößen die Riccati-Differentialgleichung kontinuierlich berechnet werden muß. Die Dimension des Zustandsvektors ist sechs, d.h. es müßten zusätzlich zu den sechs Schätzgleichungen 36 weitere Differentialgleichungen gelöst werden. Bei Modellierung der Bogengangsdynamik steigt die Anzahl der Gleichungen entsprechend. Auf diesen Weg soll hier, einerseits wegen des unangemessenen Rechenaufwands, andererseits im Hinblick auf die später vorgeschlagene viel einfachere Korrektur der Winkelgeschwindigkeitsmessung verzichtet werden.

1.2.4 Zusammenfassunq

Mit Gleichung (1.9) steht eine praktikable, weil einfache Systemstruktur zur dynamischen Schätzung der Richtung der Schwerkraft zur Verfügung. Durch geeignete Auswertung von Linearbeschleunigungs- und Winkelgeschwindigkeitsmessungen kann damit zwischen translatorischer Linearbeschleunigung und Gravitationsbeschleunigung unterschieden und die Richtung der Schwerkraft bestimmt werden. Das Problem, Translations- und Gravitationsbeschleunigung prinzipiell nicht separat messen zu können, wird dadurch umgangen, daß translatorische Beschleunigungen als Störungen der Gravitationsmessung aufgefaßt werden.

Die Differentialgleichung (1.9) besteht aus zwei Teilen : das Vektorprodukt dreht den geschätzten Gravitationsvektor entsprechend der Winkelgeschwindigkeit; mit Hilfe des Tiefpasses werden Änderungen des Gravitationsvektors, die nicht durch die Winkelgeschwindigkeit verursacht wurden, festgestellt.

Der verwendete Schätzalgorithmus (Kalman-Bucy-Algorithmus) minimiert die Varianz des Schätzfehlers, der geschätzte Vektor ist der bedingte Erwartungswert des Zustandsvektors.

Damit ist diese Struktur für das angegebene Systemmodell unter den folgenden Bedingungen das bestmögliche Filter :

- lineares Systemmodell, und damit korrekte Messung der Winkel- geschwindigkeit ω .
- unkorreliertes gaußisches System- und Meßrauschen mit jeweils gleicher Varianz in den Komponenten.
- eingeschwungener Zustand der Riccati-Gleichung, d.h. die Meßdauer ist groß genug.

Da die Bogengängen des Menschen aber keine idealen Winkelgeschwindigkeitsaufnehmer sind, trifft bereits die erste Voraussetzung nur im mittleren Frequenzbereich (0.05 Hz-20 Hz) ausreichend gut zu. Die Bogengänge arbeiten dann tatsächlich als Winkelgeschwindigkeitsmesser.

Da, wie das nächste Kapitel zeigt, Unterschiede zwischen Modellvorhersage und Experiment auf diese unzutreffende Voraussetzung zurückzuführen sind, beschäftigen sich weitere Kapitel mit der Schätzung der Winkelgeschwindigkeit.

1.3 Modellierung der Schätzeinrichtung zur Bestimmung des SZ

Die Grundstruktur des SZ-Schätzalgorithmus wurde bereits im vorigen Kapitel (Gleichung (1.9)) angegeben. Die dort speziell im Hinblick auf die Optimalfilterung verwendeten Symbole sollen im folgenden durch besser verständliche ersetzt werden. Winkelgeschwindigkeit und Linearbeschleunigung werden durch Bogengangsafferenzvektor $\underline{\omega}_{Bo}$ bzw. Otolithenafferenzvektor \underline{a}_{Ot} ersetzt, die Zeitkonstante wird mit τ bezeichnet. Die Differentialgleichung lautet dann :

$$\dot{g}_{s} - \omega_{Bo} \times g_{s} + (\underline{a}_{ot} - g_{s}) / \tau \qquad (1.10)$$

Für die Modellsimulation wird im folgenden τ =15 sec angenommen. Um einen Vergleich mit experimentell ermittelten Daten anstellen zu können, ist die Einbeziehung der Sensordynamik sowie des bereits von Mittelstaedt (1983, 1988) entwickelten statischen Wirkungsgefüges des SZ in die Modellstruktur nötig.

1.3.1 Modellierung der Sensordynamik

Otolithen und Bogengänge (siehe Abb. 1.1) stellen, wie aus morphologischen Betrachtungen und neurophysiologischen Messungen klar wird, dreidimensionale Meßgeräte für Linearbeschleunigung bzw. Winkelgeschwindigkeit dar.

Da die menschliche Sensordynamik der Neurophysiologie nicht zugänglich ist, aber trotzdem möglichst wirklichkeitsgetreu in das Modell eingefügt werden soll, wird meist auf Extrapolationen aus Arbeiten an höheren Säugetieren⁴ sowie auf psychophysische Messungen am Menschen⁵ zurückgegriffen.

⁴ z.B. Rhesusaffen : Goldberg & Fernandez 1971, Fernandez & Goldberg 1971 Uber Bogengangsafferenzen; Fernandez & Goldberg 1976 Uber Otolithenafferenzen

⁵ z.B. Schwellenwahrnehmungen oder Schätzung von Geschwindigkeit und Beschleunigung. Für rotatorische Bewegungen siehe z.B. Clark & Stewart 1968 und Benson et al. 1989. Zusammenfassung für lineare Bewegungswahrnehmung bei Berthoz & Droulez 1982.

Die im folgenden zur Modellierung benutzten linearen Übertragungsfunktionen entsprechen den von Ormsby (siehe Kapitel 1.8.2) oder Borah et al. (siehe Kapitel 1.8.3) vorgeschlagenen. Die Otolithen-Übertragungsfunktion lautet :

$$\frac{\mathscr{L}\{a_{ot}\}}{\mathscr{L}\{a\}} = \frac{1+10 \cdot p}{(1+7.5 \cdot p)(1+0.1 \cdot p)}$$
(1.11)

wobei *a* die auf den Otolithen wirkende Linearbeschleunigung ist und a_{0t} die Otolithenafferenz, die einer Beschleunigung entspricht (Angaben der Zeitkonstanten in Sekunden). Die Sprungantwort der Otolithen zeigt also ein Überschwingen sofort nach dem Sprung mit darauffolgendem Rückgang zum statischen Wert. Die Bogengangs-Übertragungsfunktion lautet :

$$\frac{\mathscr{L}\{\omega_{Bo}\}}{\mathscr{L}\{\omega\}} = \frac{540 \cdot p^2}{(1+30 \cdot p) \cdot (1+18 \cdot p) \cdot (1+0.005 \cdot p)}$$
(1.12)

wobei ω die auf den Bogengang wirkende Winkelgeschwindigkeit und ω_{Bo} die Bogengangsafferenz ist. Da diese im Hauptarbeitsbereich der Bogengänge einer Winkelgeschwindigkeit entspricht, wird sie ebenfalls mit ω bezeichnet. Im wesentlichen entspricht die Bogengangsdynamik damit einem Hochpaß zweiter Ordnung.

Wahrnehmungsschwellen werden im weiteren nicht berücksichtigt, da sämtliche betrachtete Anregungen weit überschwellig sind. Aus der Linearität der Übertragungsfunktion folgt daher, daß, eine korrekte Transformation von Sensor- in Kopfkoordinaten vorausgesetzt, diese Koordinatentransformation nicht simuliert werden muß, da sie keinen Einfluß auf das Ergebnis hat. Die Stellung der Sensoren im Kopf (Neigung des Utriculus um etwa 30° nach hinten, 45°-Stellung der Bogengänge usw.) kann damit vernachlässigt werden. Die gesamte Modellierung findet in Kopfkoordinaten statt, die eigentlich paarigen Vestibularorgane werden als ein einziges Organ betrachtet.

Eine weitere Forderung an die Dynamik folgt aus den während meiner Diplomarbeit (Glasauer 1988) durchgeführten Kippversuchen. Ein Vergleich von Kippversuchen von aufrechter Lage in die Seitenlage mit solchen in umgekehrter Richtung zeigt, daß bei Kippen in die Seitenlage eine Differenz zwischen erstem eingestelltem Wert und statischer Endstellung auftritt, die bei Kippen in die aufrechte Lage fehlt. Dieser Unterschied zwischen den Versuchen ist signifikant (Signifikanzniveau p<0.001 bei 10 Versuchen von 2 VPn). Dabei liegt der Anfangswert der SV-Einstellung bei Kippen in die Seitenlage näher am tatsächlichen Lagewinkel.

Dieses fehlende Überschwingen der SV bei Kippungen in die aufrechte Lage führt zu der Folgerung, daß die in Gleichung (1.14) beschriebene Otolithendynamik zwar für den Sacculus gilt, für den Utriculus aber eine nachgeschaltete Kompensation der PDT₁-Dynamik vorhanden ist. Die gesamte Utriculusdynamik, d.h. Sensordynamik und Kompensation wird dann durch die Übertragungsfunktion eines Tiefpasses (PT₁) kurzer Zeitkonstante beschrieben:

$$\frac{\mathcal{Q}\{a_{ot}\}}{\mathcal{Q}\{a\}} = \frac{1}{1+0.1p}$$
(1.13)

Da eine möglichst korrekte Messung von Linearbeschleunigungen in der X-Y-Ebene gerade in der aufrechten Lage für den Menschen besonders wichtig scheint, ist die Kompensation der Utriculusdynamik nicht nur für die Schätzung der Gravitationsrichtung sinnvoll.

1.3.2 Das statische Wirkungsgefüge des SZ

Um die statischen Abweichungen der SV ebenfalls zu erfassen, wird das von Mittelstaedt entwickelte Wirkungsgefüge, das auch nichtlineare Anteile enthält, in das dynamische Modell integriert. Die dazu nötigen Gleichungen lassen sich in einen sensoriellen Teil und einen zentralen Teil trennen. Sensoriell wird die Information von Sacculus und Utriculus unterschiedlich gewichtet (Gewichtung mit der Diagonalmatrix F_1), außerdem wird ein Biasvektor <u>f</u>₀ (Einheit 1g=9.81m/sec²) eingeführt, d.h. bei fehlender Anregung ist die Otolithenafferenz ungleich 0 :

$$\underline{a}_{0t} = \underline{f}_0 + \underline{F}_1 \cdot \underline{a} \tag{1.14}$$

- 18 -

Biasvektor und Gewichtungsmatrix ergeben sich aus statischen Experimenten zur SV (siehe z.B. Mittelstaedt 1988) zu :

$$\underline{f}_{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \pm 0.1 \end{pmatrix}; \quad \underline{F}_{1} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.6 \end{bmatrix};$$

Schwieriger wird es, den Teil der statischen Theorie, der in der zentralen Verarbeitung liegt, in das dynamische Modell zu integrieren. Detaillierte Überlegungen dazu werden jedoch auf spätere Kapitel verschoben. Um eine erste Modellstruktur zu erhalten, wird sowohl die von Mittelstaedt geforderte Normierung des geschätzten Gravitationsvektors als auch die Addition des idiotropen Vektors <u>m</u> (hier mit kleinem Buchstaben wie alle Vektoren) an das Ende der Informationsverarbeitung gesetzt. Die mit Hilfe der Differentialgleichung (1.10) erhaltene Schätzung des Gravitationsvektors <u> q_s </u> wird mit folgender Gleichung in den SZ-Vektor <u> q_{sz} </u> überführt :

$$\mathcal{G}_{SZ} - \frac{\mathcal{G}_S}{\left|\mathcal{G}_S\right|} + \mathfrak{M} \tag{1.15}$$

Als Normierung wird die euklidische Vektornorm verwendet. Der personenspezifische idiotrope Vektor wird für die Simulation des

Modells auf $m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.45 \end{pmatrix}$ gesetzt (vgl. Mittelstaedt 1988).



Abb. 1.3 Flußdiagramm eines ersten Modells zur Schätzung des subjektiven Zenit (alle Flußgrößen sind Vektoren, τ ist ein konstanter Faktor von der Größe der Tiefpaßzeitkonstante).

1.3.3 Simulation des Wirkungsgefüges

Zur Erläuterung der bisher aufgestellten Gleichungen soll das Flußdiagramm in Abb. 1.3 dienen. Die Differentialgleichung (1.10) wird dabei bezüglich der Integration des Vektorprodukts in einen Tiefpaß mit vorangestelltem Faktor τ umgeformt. Die Sensordynamik von Otolithen und Bogengängen wird durch je einen Block dargestellt.

Die Gleichungen des simulierten Modells sind die Otolithendynamik (1.11) und (1.13), die Bogengangsdynamik (1.12), die Gewichtung der Otolithen (1.14), die Differentialgleichung (1.10) sowie Normierung und Addition des idiotropen Vektors (1.15).



Abb. 1.4 Simulation des Kippversuches. Oben : Zeitverlauf von Lagewinkel und SV-Winkel. Unten : Zeitverlauf der Bogengangsafferenz.

Als erste Prüfung dieses Modells wird ein Kippversuch simuliert. Die Versuchsperson (VP) wird aus der aufrechten Lage um die X-Achse des Kopfes in die Seitenlage gekippt, der Kippwinkel beträgt 90°, die Kippdauer 1 sec. Nach einer Verweildauer in Seitenlage von 200 sec wird die VP wieder zurück in die Ausgangslage gebracht. Diese Simulation entspricht den in Kapitel 1.5.3, Abb. 1.12 gezeigten Experimenten (siehe auch Glasauer 1988). Aus der in Abb. 1.4 gezeigten Simulation zeigt sich der Einfluß der Bogengangsdynamik auf den Verlauf der SV. Die Hochpaßcharakteristik führt nach Beendigung der Kippung zu einem Unterschwingen des Bogengangsafferenzvektors (siehe unterer Teil der Abbildung), das der Winkelgeschwindigkeit während des Kippens entgegengesetzt ist und zu einer langsamen Drehung des SZ (siehe SV-Zeitverlauf im oberen Teil) in die falsche Richtung führt. Die Simulation stimmt mit den experimentellen Ergebnissen nur für den statischen Endwert überein, Einschwingvorgänge wie in Abb. 1.4 werden nicht beobachtet.

Es ist also, wie in Kapitel 1.2.4 gefordert, nötig, die Übereinstimmung von Winkelgeschwindigkeitsanregung und Bogengangsafferenzen zu verbessern.

<u>1.4 Winkelgeschwindigkeitsschätzung mit Hilfe der Linear-</u> beschleunigungsmessung

Der in diesem Kapitel besprochene Ansatz zur Verbesserung der Winkelgeschwindigkeitsmessung durch Ausnutzung der Otolitheninformation beruht auf einem Prinzip, das oft für die Modellierung des Nystagmus verwendet wird (siehe z.B. Raphan et al. 1977; Zusammenfassung mehrerer Modelle siehe Furman et al. 1989). Dort wird bei Kopfdrehungen mit offenen Augen Bogengangs- und visuelle Information durch einfache Addition zur kompensatorischen Augenbewegung verrechnet. Da die Bogengänge Hochpaßcharakter haben und die visuelle Information geeignet tiefpaßgefiltert wird, entspricht die Summe beider der tatsächlichen Kopfgeschwindigkeit. Wird eine Informationsquelle ausgeschlossen, so kommt es zu vestibulo-okulärem Reflex oder optokinetischem Nystagmus. Droulez & Darlot (1989, siehe Kapitel 1.8.4) haben dieses Prinzip Kohärenz-Modell auch in ihrem auf andere sensomotorische Interaktionen angewandt.

Hier soll eine tiefpaßgefilterte Abschätzung der Winkelgeschwindigkeit, die allein aus der Otolitheninformation gewonnen wird, zur Bogengangsafferenz addiert werden und so zur Verbesserung der Winkelgeschwindigkeitsmessung beitragen.

1.4.1 Eine Abschätzung der Winkelgeschwindigkeit

Wie in Kapitel 1.1 gezeigt wurde, läßt sich die Drehung des Gravitationsvektors im Kopfkoordinatensystem durch folgende Differentialgleichung beschreiben, wenn dessen zeitliche Konstanz im Inertialsystem vorausgesetzt wird :

<u>ġ</u>=-∞×ā

Daraus kann auch eine Abschätzung für die Winkelgeschwindigkeit ω hergeleitet werden. Vektorielle Multiplikation beider Seiten mit <u>g</u> und Anwendung des Entwicklungssatzes für das doppelte Vektorprodukt ergibt :

$$\dot{\mathbf{q}} \times \mathbf{a} = \mathbf{w} \cdot (\mathbf{a} \circ \mathbf{a}) - \mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} \circ \mathbf{w})$$

- 22 -

Diese Gleichung läßt sich allerdings nicht nach $\underline{\omega}$ auflösen, da dieser Vektor in beiden Summanden der rechten Seite erscheint. Für eine algorithmische Abschätzung kann diese Gleichung aber wie folgt umgeformt werden :

$$\underline{\omega} - \frac{\dot{g} \times g}{g^{\circ}g} + g \cdot \frac{g^{\circ} \omega}{g^{\circ}g}$$
(1.16)

Der zweite Summand, er gibt die Projektion des Winkelgeschwindigkeitsvektors auf den Gravitationsvektor an, enthält $\underline{\omega}$ selbst noch. Für die Realisierung ergeben sich zwei Möglichkeiten : Vernachlässigung des zweiten Summanden, dies würde zu großen Fehlern bei Drehungen um schräge Achsen führen; oder Einsetzen einer Schätzung des Winkelgeschwindigkeitsvektors in die rechte Seite. Diese zweite Möglichkeit wird im folgenden verwendet. Für die stationäre Lösung dieser Gleichung, d.h. für <u>d</u>=0, folgt:

$$\underline{\omega} = \frac{\underline{\sigma} \cdot \underline{\sigma}}{\underline{\sigma} \cdot \underline{\sigma}} \cdot (\underline{\sigma} \cdot \underline{\omega})$$

Wie leicht zu sehen ist, lautet die allgemeine Lösung dieser Gleichung $\underline{\omega} = k \cdot \underline{g}$, d.h. jeder Vektor $\underline{\omega}$ parallel zu \underline{g} ist eine stationäre Lösung.

1.4.2 Dynamik der Winkelgeschwindigkeitsschätzungen

Es läßt sich also aus dem Gravitationsvektor und seiner Ableitung, d.h. aus der Otolitheninformation, eine Schätzung von ω gewinnen. Die Prämisse der zeitlichen Konstanz des zu drehenden Gravitationsvektors kann allerdings nicht mehr erfüllt werden, da dieser nicht separat meßbar ist. Jede Translation führt daher ebenfalls zu einer, allerdings falschen, Abschätzung der Winkelgeschwindigkeit. Für kurzzeitige oder hochfrequente Anregungen steht aber eine viel bessere Informationsquelle, die Bogengänge, zur Verfügung. Es ist also sinnvoll, die beide Informationen dynamisch getrennt zu benutzen. Wenn \mathscr{G}_{Bo} die Laplacetransformierte der Bogengangsdynamik angibt, $\underline{\omega}_{Bo}$ die afferente Bogengangsantwort und $\underline{\omega}_{Ot}$ die mit Hilfe von Gleichung (1.16) gewonnen Winkelgeschwindigkeit, so kann mit folgender Gleichung eine Schätzung $\underline{\omega}_{Ges}$ der tatsächlichen Winkelgeschwindigkeit $\underline{\omega}$ angegeben werden :

$$\mathscr{L}\{\underline{\omega}_{Gos}\} - \mathscr{L}\{\underline{\omega}_{Bo}\} + \mathscr{L}\{\underline{\omega}_{Ot}\} \cdot (1 - \mathscr{L}_{Bo}) \tag{1.17}$$

wobei $\mathscr{G}_{Bo} - \mathscr{G}_{Bo} - \mathscr{G}_{Bo}$

Diese neue Schätzung $\underline{\omega}_{Ges}$ kann als Eingangsgröße für die Bestimmung von $\underline{\omega}_{Ot}$ genutzt werden (vgl. Gleichung (1.16)):

$$\boldsymbol{\omega}_{ot} = (\boldsymbol{\dot{a}}_{ot} \times \boldsymbol{a}_{ot} + \boldsymbol{a}_{ot} \cdot (\boldsymbol{a}_{ot} \circ \boldsymbol{\omega}_{Ges})) / (\boldsymbol{a}_{ot} \circ \boldsymbol{a}_{ot})$$
(1.18)

1.4.3 Realisierung der Winkelgeschwindigkeitsschätzung im Modell

Für die Gewinnung der zeitlichen Ableitung des Beschleunigungsvektors gibt es mehrere Möglichkeiten, die am häufigsten vermutete ist die Benutzung der irregulären Otolithenafferenzen, die zumindest einer teilweisen Ableitung entsprechen. Hier wird zur Simulation einfachheitshalber die in den Gleichungen der Otolithendynamik bereits vorhandene Ableitung genutzt, da die Herleitung des Jerk-Vektors, wie die zeitliche Ableitung der Beschleunigung in der englischen Literatur genannt wird, nicht im Vordergrund steht.

Die Otolithendynamik selbst wird nicht verändert, auch die Bogengangsdynamik behält ihre bisherige Form. Die zentrale Modellgleichung (Gleichung (1.10)), Rotation des geschätzten Gravitationsvektors g_s und Tiefpassfilterung der Otolithenafferenz \underline{a}_{0t} , bleibt ebenfalls bestehen, der Winkelgeschwindigkeitseingang ist aber nun nicht mehr die Bogengangsafferenz, sondern die aus Bogengangs- und Otolitheninformation nach Gleichung



Abb. 1.5 Simulation der ersten 5 Sekunden des Kippversuchs (Kippdauer 2 sec, Kippwinkel 90°). Oberer Teil : Anregung und Modellantwort. Unterer Teil : Winkelgeschwindigkeiten.



 $\dot{g}_{s} = -\underline{\omega}_{Ges} \times \underline{g}_{s} + (\underline{a}_{ot} - \underline{g}_{s}) / \tau$

Diese Schätzung wird aus der Bogengangsafferenz $\underline{\omega}_{Bo}$ und dem Ergebnis von Gleichung (1.18) nach Gleichung (1.17) bestimmt. Damit wiederholt sich die Bogengangsdynamik innerhalb der informationsverarbeitenden Struktur.

Problematisch ist die Division durch das Betragsquadrat der Otolithenafferenz in Gleichung (1.18), das nicht Null werden darf. Da aber die im Normalfall wirkende Linearbeschleunigung ungefähr 1g beträgt, könnte das Betragsquadrat auch als Konstante modelliert werden.

Außerdem ist die Rückkopplung von $\underline{\omega}_{Ges}$ nach Gleichung (1.18) schwierig, da eine falsche Winkelgeschwindigkeitsschätzung in Richtung des Gravitationsvektors nicht verschwindet. Lösungsmöglichkeiten wären z.B. Hochpaßfilterung von $\underline{\omega}_{Ges}$ oder das Einsetzen des Bogengangsafferenzvektors anstatt $\underline{\omega}_{Ges}$ in Gleichung $(1.18)^6$. An Simulationsläufen soll dieses Modell erläutert und getestet werden. Abb. 1.5 zeigt die ersten 5 Sekunden eines Kippversuchs. Im unteren Abbildungsteil ist die gute Verbesserung der $\underline{\omega}$ -Schätzung gegenüber der Bogengangsafferenz erkennbar. Die verbleibende Differenz von Schätzung und Anregung beruht hier hauptsächlich auf der Otolithendynamik. Im oberen Teil der Abbildung ist der SV-Winkel-Verlauf des Modells (durchgezogen) gezeigt, der gegenüber dem einfachen Modell aus Kapitel 1.3.3 (gestrichelt) deutlich verbessert ist. Die kombinierte Schätzung von $\underline{\omega}$ aus Bogengängen und Otolithen arbeitet für diese Anregung wunschgemäß.

1.4.4 Zusammenfassung

Die Verrechnung von Bogengangs- und Otolitheninformation führt zu einer verbesserten Schätzung der Winkelgeschwindigkeit und genügt, um die Versuchsdaten der Kippversuche zu erklären.

Die hier gezeigte Struktur liefert mit geringerem Aufwand ähnliche Ergebnisse, wie sie von einem optimalen Schätzer, der sowohl Gravitation als auch Winkelgeschwindigkeit bestimmt, erwartet würden.

Weitere Experimente mit gleichzeitiger Anregung von Otolithen und Bogengängen werden aber zeigen, daß auch diese Modellstruktur den durch komplexere Stimuli verursachten SV-Zeitverlauf nicht erklären kann.

⁶ Beide Möglichkeiten liefern ähnliche Ergebnisse, die aber z.B. für den im folgenden Kapitel betrachteten Fall des "Oculogravic Illusion"-Experiments mit den Daten nicht übereinstimmen.